

PENGEMBANGAN PERSAMAAN POROSITAS DAN ERGUN PADA UNGGUN FLUIDISASI TIGA FASA

Tuhu Agung Rachmanto, Rudi Laksono

Jurusan Teknik Lingkungan, Fakultas Teknik Sipil dan Perencanaan
Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Jawa Timur
Jl. Raya Rungkut Madya, Gunung Anyar, Surabaya 60294
Telp (031)8782087. Fax (031)8782087
Email :Tuhuagung@yahoo.com¹⁾ dan Email :rlwidayatno@yahoo.com

Abstrak

Perilaku unggun fluidisasi cair-padat telah dipelajari berdasarkan karakteristik hidrodinamik. Aspek hidrodinamika meliputi penurunan tekanan, kondisi fluidisasi, porositas dan tinggi dari unggun fluidisasi dengan berbagai kecepatan dan partikel cair ukuran pasir kuarsa atau pecahan kaca. Korelasi empiris untuk memprediksi porositas unggun untuk berbagai kecepatan superficial dikembangkan berdasarkan model tahanan partikel. Percobaan dilakukan dalam kolom kaca dengan diameter 9 cm dan tinggi 150 cm. Hasil penelitian menunjukkan bahwa hubungan penurunan tekanan, kondisi fluidisasi dan diperluas tidur porositas dengan kecepatan cairan superficial tergantung pada ukuran partikel dan bentuk. Berdasarkan analisis dimensi hubungan antara porositas unggun dan kecepatan cairan superficial dapat berkorelasi

Kata kunci: porositas, fluidisasi, kecepatan cairan superficial.

DEVELOPMENT EQUATION POROSITY AND ERGUN ON THREE PHASE BED FLUIDIZATION

Abstract

Behavior of liquid-solid fluidized beds has been studied based on hydrodynamic characteristics. The hydrodynamic aspects include pressure drop, fluidization condition, porosity and height of expanded bed with various liquid velocity and particle size of quartz sands or glass bead. Empirical correlation to predict the bed porosity for various superficial velocities developed based on particle resistant model. Experiment conducted in a glass column with diameter of 9 cm and height of 150 cm. The result showed that the relation of pressure drop, fluidization condition and expanded bed porosity with superficial liquid velocity depend on particle size and shape. Based on dimensional analysis the relation between bed porosity and superficial liquid velocity could be correlated

Keywords: fluidization, porosity, superficial liquid velocity

PENDAHULUAN

Unggun terfluidisasi padat-cair banyak digunakan dalam operasi-operasi industri, misalnya untuk operasi-operasi hidrometalurgi, catalytic cracking, ion exchange, adsorpsi, kristalisasi, sedimentasi, dan lain-lain. Meskipun popularitas alat-alat tersebut terus bertambah tetapi studi yang telah dilaporkan yang berhubungan dengan karakteristik fluidisasinya masih relatif sedikit. Padahal, pengetahuan mengenai karakteristik fluidisasi sangat penting didalam desain sebuah alat unggun terfluidisasi.

Sebagai contoh, hubungan kecepatan-rongga adalah penting untuk penentuan volume kontaktor /reaktor yang dihitung berdasarkan mekanisme reaksi dan fase dimana reaksi berlangsung. Selanjutnya, hold-up fase padat mempengaruhi pola alir fase padat dan cair dan jadi secara tidak langsung mempengaruhi laju perpindahan masa dan panas, dan derajat pencampuran.

Umumnya persamaan-persamaan yang digunakan untuk menggambarkan hubungan pressure drop dan rongga didalam unggun terfluidisasi bersifat empiris (Garside & Al-Dibouni, 1977; Hirata & Bulos, 1990; Joshi,

1983), hanya beberapa yang menurunkan korelasinya berdasarkan kajian teoritis, misalnya persamaan-persamaan neraca gaya (Jean & Fan, 1989) atau persamaan Navier-Stokes (Molerus, 1993). Disamping itu hubungan-hubungan tersebut hanya berlaku pada selang bilangan Reynolds terbatas, meskipun beberapa telah menyatakan memuaskannya untuk semua rejim aliran (Garside & Al-Dibouni, 1977; Molerus, 1993).

Garside dan Al-Dibouni (1977) menyarankan korelasi empiris berdasarkan kurva logistik untuk menggambarkan hubungan kecepatan cairan-rongga untuk karakteristik unggun partikel terfluidisasi. Meskipun korelasinya berlaku untuk bilangan Reynolds rendah, intermediate dan tinggi tetapi ada ketidak kontinuan pada persamaan tersebut. Jean dan Fan (1989) mengembangkan model mekanika fluida untuk menggambarkan hubungan kecepatan cairan-rongga. Model mereka didasarkan pada konsep sel dengan mempertimbangkan dua faktor, yaitu: penurunan drag karena keterkaitan partikel dan ketidak seragaman medan aliran lokal (atau pengkalan) karena efek distributor. Akan tetapi, model tersebut terbatas pada kondisi bilangan Reynolds rendah ($< 0,25$). Hirata dan Bulos (1990) mengusulkan sebuah korelasi empiris yang memperkirakan secara eksplisit porositas unggun didalam sistem fluidisasi padat-cair. Molerus (1990) menurunkan sebuah rumus untuk pressure drop didalam unggun diam dan unggun terfluidisasi berdasarkan pada analisis persamaan Navier-Stokes dan konsep model sel. Analisisnya berlaku untuk bilangan Reynolds rendah sampai tinggi.

Pengembangan Model Hubungan Antara Porositas Dan Laju Alir Fluida Pada Fluidisasi Solid-Liquid

Model yang dikembangkan disini berdasarkan pada analisis dimensi dan konsep model sel. Untuk partikel tunggal berbentuk bola yang mengalir didalam sebuah fluida, gaya yang bekerja pada bola merupakan fungsi dari kecepatan bola v , densitas fluida ρ , viskositas fluida μ , dan diameter bola D . Dengan analisis dimensi menggunakan metoda Buckingham, lima variabel mula-mula bisa dihubungkan hanya dalam dua parameter tak berdimensi dalam bentuk:

$$Eu = \phi(Re) \quad (1)$$

dengan Eu adalah bilangan Euler (= gaya tekan/gaya inerti) dan Re adalah bilangan Reynolds (= gaya inerti/gaya viskous). Model resistensi yang dikembangkan dalam penelitian ini merupakan modifikasi dari model yang

dikembangkan oleh Molerus. Dari persamaan (1) didapatkan:

$$Eu = K Re^n \quad (2)$$

dimana K dan n adalah konstanta yang ditentukan dari data eksperimen. Untuk memperoleh konstanta K diperlukan parameter *packing* z . Dengan gambaran ternormalisasi persamaan (2) dibandingkan terhadap harga pada porositas tertentu, yaitu 0,5 didapatkan:

$$\frac{Eu}{(Eu)_{\varepsilon=0,5}} = \frac{\xi}{(\xi)_{\varepsilon=0,5}} \quad (3)$$

Jika konsep yang disusun adalah benar, gambaran normalisasi dari pengukuran-pengukuran akan sesuai dengan gambaran normalisasi dari dimensional rasio x menggunakan harga numerik dari *packing* parameter z , yang didefinisikan oleh persamaan (3).

Prediksi U_f/U_t dapat diturunkan dari neraca gaya. Untuk partikel tunggal, gaya drag akan seimbang dengan gaya berat dan gaya apung partikel:

$$\rho_p - \rho_l \frac{\pi d_p^3 g}{6} = C_D \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_l}{2} U_t^2 \quad (4)$$

Untuk sistem unggun terfluidisasi, C_D dapat dinyatakan oleh bilangan Euler seperti pada persamaan (1) yaitu jika $\varepsilon \rightarrow 1$, $Eu \rightarrow C_D$ dan kecepatan *interstitial* sebagai ganti kecepatan terminal pengendapan, didapatkan:

$$\rho_p - \rho_l \frac{\pi d_p^2 g}{6} = Eu \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{\rho_l}{2} \left(\frac{U_l}{\varepsilon} \right)^2 \quad (5)$$

Dengan memasukkan persamaan (2) ke dalam persamaan (5) dan membandingkan dengan persamaan (4), dan setelah penyusunan kembali didapatkan:

$$\frac{U_l}{U_t} = \frac{K_1 \varepsilon}{\sqrt{(\xi)_{\varepsilon}} Re^{n/2}} \quad (6)$$

sedangkan: $K_1 = \sqrt{C_D/K}$.

3. Model Pengembangan Persamaan Ergun.

Gaya pada arah aliran, yang diberikan fluida terhadap benda padat di dalam aliran biasanya disebut gaya gesek (*drag force*). Menurut hukum ketiga Newton tentang gerakan, benda akan memberikan gaya yang besarnya sama dengan pada fluida, tetapi arahnya berlawanan. Bila dinding partikel disejajarkan dengan arah aliran, maka gaya yang bekerja pada dinding partikel tersebut adalah gaya gesek. Tahanan terhadap aliran fluida melalui rongga di hamparan partikel padatan adalah akibat dari gesekan total semua partikel dalam hamparan tersebut dan mengaki-

batkan adanya perbedaan tekanan dari hamparan padat yang dilalui aliran fluida. Hubungan model penurunan tekanan total dan gaya gesek yang terjadi pada saat fluida melalui lapisan susunan partikel padat baik pada fixed bed maupun fluidisasi dua fasa sudah banyak dikerjakan para peneliti. Metode ini umumnya didasarkan atas perkiraan tentang jumlah gaya yang bekerja oleh karena gesekan fluida yang melalui batas bidang padat, pada alur berkelok-kelok dan susunan partikel padat tidak beraturan yang terdapat dalam hamparan benda padat tersebut.

Mengingat rumitnya fenomena yang mendasari drag, maka tentu dengan adanya penyederhanaan yang didasarkan dari kenyataan-kenyataan bahwa model ini dapat digunakan untuk meramalkan bentuk persamaan akhir yang pembuktiannya dilakukan dengan melakukan eksperimen. Semua partikel diandaikan mempunyai ukuran dan bentuk yang sama dan pengaruh dinding kolom diabaikan. Sedangkan dari beberapa peneliti terdahulu mendasarkan bahwa diameter dan tebal hamparan itu besar bila dibandingkan dengan diameter pada masing-masing partikel.

Untuk menentukan model persamaan diandaikan bahwa drag total per satuan luas dari dinding saluran merupakan penjumlahan dua macam gaya, yaitu gaya gesek viskos (*viscous drag force*) dan gaya inersia (*inertial force*). Gaya gesek viskos per satuan luas dinding saluran dinyatakan dalam bentuk :

$$\tau_w = \frac{F_v}{A_s} = \frac{k_1 \cdot \mu \cdot V}{r_H} \quad (7)$$

sedangkan gaya inersia per satuan luas dinyatakan

$$\tau_w = \frac{F_i}{A_s} = k_2 \cdot \rho \cdot V^2 \quad (8)$$

Keterangan :

k_1 & k_2 : tetapan

r_H : jari-jari hidrolik

μ : viskositas

V : kecepatan dalam saluran

A_s : luas batas saluran

Dari kedua persamaan diatas tampak bahwa pada kecepatan fluida tinggi, gaya inersia menjadi besar, sedangkan gaya viskos menjadi lebih kecil sehingga viskositas bukan lagi merupakan parameter gaya gesek. Bila gaya inersia dan gaya viskos ini dijumlahkan dengan menganggap μ dan ρ udara kecil maka akan menjadi gaya total yang diberikan fluida terhadap hamparan benda padat, dan dinyatakan sebagai.

$$\frac{F_D}{A_s} = \frac{F_v}{A_s} + \frac{F_i}{A_s} =$$

$$\left(\frac{k_1 \cdot \mu_L \cdot V_L}{r_H} + k_2 \cdot \rho_L \cdot V_L^2 \right) \quad (9)$$

Kecepatan V_L dalam persamaan diatas adalah kecepatan rata-rata yang melalui saluran-saluran di dalam hamparan fasa gas dan partikel padat yang terfluidakan. Sedangkan di dalam kolom unggun fluidisasi tiga vasa kecepatan V_L dapat dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$V = \frac{U_L}{\varepsilon_L} \quad (10)$$

Harga ε_L bergantung pada distribusi bentuk dan ukuran partikel, perbandingan ukuran partikel terhadap tinggi unggun diam, laju fasa gas dan cair. Nilai tersebut biasanya menyatakan besarnya fraksi cairan yang menempati kolom unggun fluidisasi tiga fasa. Sedangkan luas batas aliran fasa cair didefinisikan sebagai luas total dari partikel padat dirumuskan sebagai berikut:

$$A_s = N_p \cdot S_p \quad (11)$$

keterangan :

N_p : jumlah partikel padat di dalam kolom unggun

S_p : Luas satu partikel

Sedangkan jumlah partikel dapat pula dihitung berdasarkan volume total partikel padat di dalam menara dibagi dengan volume untuk satu partikel (v_p). Jika tinggi unggun terfluidakan dinyatakan dengan, ΔZ dan luas penampang kolom kosong adalah S_o , maka volume total partikel padat adalah: $S_o \cdot \Delta Z \cdot \varepsilon_s$, sehingga jumlah partikel padatan dalam kolom unggun fluidisasi dinyatakan dengan :

$$N_p = \frac{S_o \cdot \Delta Z \cdot \varepsilon_s}{v_p} \quad (12)$$

substitusi persamaan (6) ke dalam persamaan (7), dihasilkan

$$A_s = \frac{S_o \cdot \Delta Z \cdot \varepsilon_s \cdot S_p}{v_p} \quad (13)$$

Sedangkan jari-jari hidrolik r_H didefinisikan sebagai perbandingan volume fasa cair dengan luas total penampang partikel padat kolom unggun. Volume fasa cair di dalam kolom $S_o \cdot \Delta Z \cdot \varepsilon_L$. Jadi dengan menggunakan pers (6), didapat

$$r_H = \frac{S_o \cdot \Delta Z \cdot \varepsilon_L}{A_s} = \frac{S_o \cdot \Delta Z \cdot \varepsilon_L}{S_o \cdot \Delta Z \cdot \varepsilon_s \cdot S_p / v_p}$$

$$= \frac{\varepsilon_L \cdot v_p}{\varepsilon_s \cdot S_p} \quad (14)$$

$$r_H = \frac{S_o \cdot \Delta Z \cdot \epsilon_L}{A_s} = \frac{S_o \cdot \Delta Z \cdot \epsilon_L}{S_o \cdot \Delta Z \cdot \epsilon_s \cdot s_p / v_p} = \frac{\epsilon_L \cdot v_p}{\epsilon_s \cdot s_p}$$

Substitusi persamaan (4), (7) dan (8) ke dalam persamaan (3), didapatkan

$$F_D = \frac{S_o \cdot Z \cdot \epsilon_s \cdot s_p \cdot \rho_L}{v_p} \left(\frac{k_1 \cdot \mu_L \cdot U_L \cdot \epsilon_s \cdot s_p}{\rho_L \cdot \epsilon_L^2 \cdot v_p} + k_2 \cdot \left(\frac{U_L}{\epsilon_L} \right)^2 \right) \quad (15)$$

Sedangkan penurunan tekanan yang disebabkan karena friksi di sepanjang tinggi unggun fluidisasi $-\Delta P_f$, dapat digunakan sebagai pengganti gaya gesek total dalam persamaan (9), dengan mendefinisikan bahwa gaya yang bekerja diatas sebanding dengan hasil kali penurunan tekanan dengan luas penampang saluran fasa cair di dalam kolom unggun ($S_o \cdot \epsilon_L$), dan dinyatakan dengan.

$$-\Delta P_f \cdot S_o \cdot \epsilon_L = F_D \quad (16)$$

dan sferisitas dari partikel padat merupakan perbandingan antara luas permukaan bola dengan luas permukaan sebenarnya dari partikel, oleh karena itu untuk bola $s_p = \pi \cdot D_p^2$ dan

$$v_p = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot D_p^3, \text{ maka untuk setiap partikel} \quad (17)$$

$$\frac{s_p}{v_p} = \frac{6}{\phi_s \cdot D_p}$$

Substitusi persamaan (10) dan (11) kedalam persamaan (9) didapat,

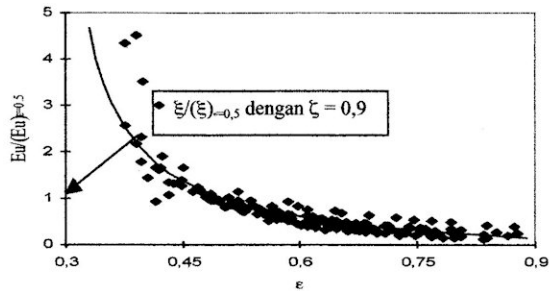
$$-\frac{\Delta P_f \cdot \epsilon_L^3 \cdot \phi_s \cdot D_p}{\Delta Z \cdot \epsilon_s \cdot \rho_L \cdot U_L^2} = \left(\frac{36 \cdot k_1 \cdot \epsilon_s \cdot D_c}{\phi_s \cdot D_p \cdot N_{Re,L}} + 6 \cdot k_2 \right) \quad (18)$$

METODE PENELITIAN

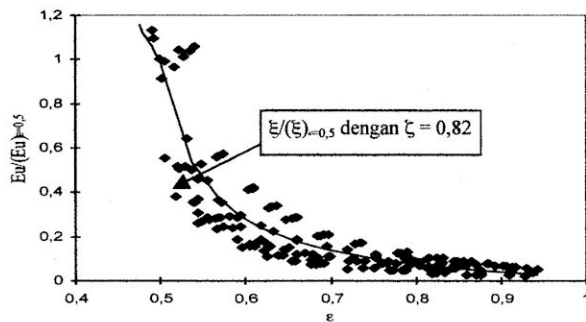
Penelitian dilakukan di dalam suatu kolom kaca seperti pada Gambar 1, berdiameter dalam 9 cm dan tinggi 150 cm. Partikel padat yang digunakan adalah pasir kuarsa dan glass beads dengan berbagai variasi diameter. Fasa cair diumpankan melalui distributor yang terletak di bawah kolom pompa sentrifugal. Untuk semua kondisi penelitian, kolom diisi air (deionized water) sebagai fasa *liquid*, dan pasir kuarsa atau glass beads sebagai partikel *solid*. Laju air diatur dengan menggunakan katup pengatur dan diukur dengan menggunakan orifice meter. Tinggi partikel *solid* dalam kolom atau tinggi unggun diam divariasikan antara 9 - 32 cm. Distribusi tekanan di sepanjang ketinggian kolom dibaca melalui manometer terbuka berisikan air yang dihubungkan *pressure tap*. *Pressure tap* tersebut dipasang setiap jarak 10 cm di sepanjang ketinggian kolom. Tinggi unggun yang teresekansi ditentukan dengan pengamatan secara visual, *Hold up liquid, solid* dan porositas unggun diperoleh berdasarkan metode gradien tekanan statis total dan neraca massa dengan menganggap kondisi penyebarannya sama pada setiap titik unggun yang terfluidisasi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Hubungan Antara Porositas Dan Laju Alir Fluida pada fluidisasi *solid-liquid* Gambar 1 dan Gambar 2 berturut-turut menunjukkan gambaran normalisasi dari pengukuran-pengukuran *glass beads* dan pasir kuarsa yang terfluidisasi dalam air. Pada gambar tersebut tampak bahwa hasil eksperimen dapat digambarkan dengan baik oleh rasio dimensional z dengan harga numerik parameter *packing* $z = 0,9$ untuk *glass beads* dan $0,82$ untuk pasir kuarsa. Harga z untuk pasir kuarsa lebih kecil daripada *glass beads* karena permukaan pasir kuarsa lebih tidak rata. Ujung-ujung yang menonjol pada permukaan pasir kuarsa membuat dimensi karakteristik partikel lebih besar dan ruang kosong lebih kecil. Harga parameter *packing* untuk *glass beads* sama seperti yang diberikan oleh Morel (1993). Hasil-hasil ini menegaskan kebenaran dari konsep yang disusun.



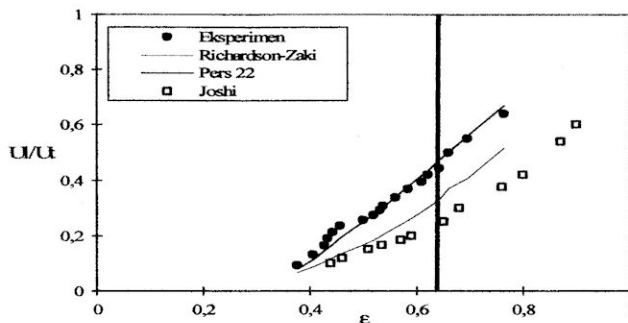
Gambar 1. Normalisasi bilangan Euler sebagai fungsi porositas untuk *glass beads* ($Re = 5 \sim 150$).



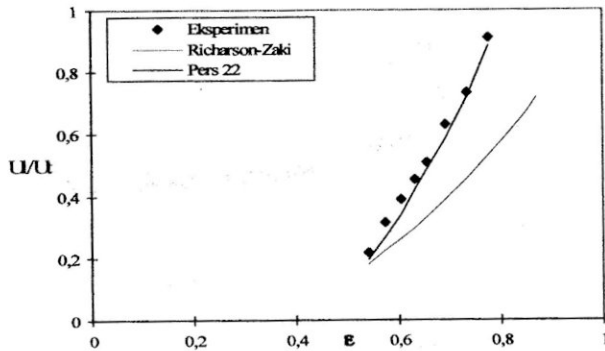
Gambar 2. Gambaran normalisasi bilangan Euler sebagai fungsi porositas untuk pasir kuarsa ($Re = 3 \sim 150$).

Bilangan Euler seperti didefinisikan oleh persamaan (1) menyatakan drag partikel tak berdimensi dalam fluidisasi. Sehingga dapat disimpulkan bahwa bilangan Euler seperti didefinisikan oleh persamaan (4) tidak hanya

menyatakan perilaku unggun terfluidisasi tetapi juga resistansi partikel jika bilangan Reynolds didefinisikan berdasarkan kecepatan relatif antara solid dan liquid.



Gambar 3. Perbandingan data fluidisasi *glass beads* ($d_p = 1,705\text{mm}$) dengan perkiraan U_f/U_t berdasarkan model yang ada, pers. (6) dengan $z=0,9$, dan dengan pers. Richardson-Zaki dengan eksponen 2,4.



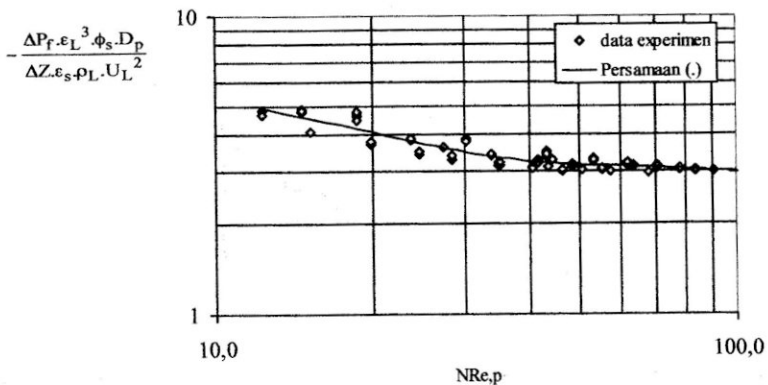
Gambar 4. Perbandingan data fluidisasi pasir kuarsa ($d_p = 0,912 \text{ mm}$) dengan perkiraan U_f/U_f pers. (6) dengan $z = 0,9$, dan dengan pers. Richardson-Zaki dengan eksponen 2,4.

Pada Gambar 3 dan Gambar 4 hasil eksperimen di bandingkan dengan perkiraan dari persamaan (6) dengan harga $n=-2$, dan persamaan Richardson-Zaki untuk *glass beads* dan untuk pasir kuarsa. Seperti

ditunjukkan pada gambar tersebut, persamaan (6) dapat memperkirakan dengan baik ekspansi *fluidized bed* baik untuk partikel bulat maupun partikel tak beraturan seperti pasir kuarsa. Harga konstanta K dari persamaan (6) dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Konstanta pada persamaan (6).

Partikel	Diameter (mm)	K
Glass beads	0,95	644
	1,705	1743
Pasir kuarsa	0,767	933
	0,912	1439
	1,194	1868



Gambar 5. Model Pengembangan Persamaan Ergun

Model Pengembangan Persamaan Ergun.

Harga-harga k_1 & k_2 didapat dengan meng-korelasikan model yang diajukan dengan data eksperimen. Model tersebut diperoleh dengan mencocokkan data glass bead dan pasir kuarsa sebagai partikel padat pada berbagai variasi U/U_g .

$$\frac{\Delta P_f \cdot \epsilon_L^3 \cdot \phi_s \cdot D_p}{\Delta Z \cdot \epsilon_s \cdot \rho_L \cdot U_L^2} = \left(\frac{36 \cdot k_1 \cdot \epsilon_s \cdot D_c}{\phi_s \cdot D_p \cdot N_{Re,L}} + 6 \cdot k_2 \right) \quad (18)$$

Dari analisa data untuk $U_g = 3,1$ cm/det didapatkan harga :

$$-k_1 = 79,1949 \quad \& \quad k_2 = 3,1836$$

Persamaan (18) merupakan modifikasi persamaan Ergun yang berlaku dalam kolom unggun fluidisasi tiga fasa

SIMPULAN

Hidrodinamika unggun terfluidisasi solid-liquid telah dipelajari secara eksperimental. Data eksperimental yang diperoleh digunakan untuk mengkonfirmasikan model resistansi partikel dalam unggun. Hasil-hasil yang diperoleh dapat disimpulkan sebagai berikut.

Resistansi partikel dalam unggun fluidisasi solid-liquid dapat digambarkan dengan konsep keseimbangan gaya dan sel model Drag tak berdimensi partikel dalam fluidisasi dapat diwakili oleh bilangan Euler yang didefinisikan dalam persamaan berikut.

$$Eu = \frac{4 \rho_p - \rho_L}{3 \rho_L} \frac{d_p g}{U_L^2} \epsilon^2$$

Menggunakan konsep resistansi partikel diperoleh korelasi antara porositas dan kecepatan liquid sebagai berikut:

$$\frac{U_L}{U_g} = \frac{K_1 Re \epsilon}{\sqrt{(\epsilon)} \epsilon}$$

Konfirmasi dengan data eksperimental menunjukkan validitas model tersebut. Sedang untuk pengembangan persamaan Ergun didapatkan korelasi sbb:

$$\frac{\Delta P_f \cdot \epsilon_L^3 \cdot \phi_s \cdot D_p}{\Delta Z \cdot \epsilon_s \cdot \rho_L \cdot U_L^2} = \left(\frac{36 \cdot k_1 \cdot \epsilon_s \cdot D_c}{\phi_s \cdot D_p \cdot N_{Re,L}} + 6 \cdot k_2 \right)$$

$$\text{dengan } -k_1 = 79,1949 \quad \& \quad k_2 = 3,1836$$

DAFTAR PUSTAKA

Anabtawi, Z.M. 1995. "Gas Hold up in Highly Viscous Liquids in gas-Liquid Spouted Beds", Journal of Chemical Engineering of Japan, 684-688.
Fan, L.S. 1998. "Gas-Liquid-Solid Fluidization Engineering", McGraw-Hill Book Company, Inc.

Fan, L.S., Kunihiko, Kitano dan Kreischer, B.E. 1997. "Hydrodynamics of Gas-Liquid-Solid Annular Fluidization". AIChE Journal, 225-231.
Fan, L.S., Satija, S., Wiscarver, K. 1986. "Pressure Fluctuation Measurements and Flow Regime Transitions in Gas-Liquid-Solid Fluidized Beds". AIChE Journal, 45-51.
Garside, J. dan Al-Dibouni, M.R. 1977. "Velocity-voidage relationships for fluidization and sedimentation in solid-liquid systems". Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 16, 206.
Hirata, A. and Bulos, F.B. 2006. "Predicting bed voidage in solid-liquid fluidization". J. Chem. Eng. Japan, 23, 599-604.
Jean, R.H. and Fan, L.S. 1989. "A fluid mechanic-based model for sedimentation and fluidization at low Reynolds numbers". Chem. Eng. Sci., 44, 353-362.
Joshi, J.B. 1983. "Solid-liquid fluidised beds some design aspects" Chem. Eng. Res. Des., 61, 143-161.
Jean, R.H. dan Fan, L.S. 1989. "A Fluid Mechanic-Based Model for Sedimentation and Fluidization at Low Reynolds Numbers". Chem. Eng. Sci., 44, 353-362.
Joshi, J.B. 1993. "Solid-Liquid Fluidised Beds: Some Design Aspects.", Chem.Eng. Res, 143-160, Des.
Kunii, D. dan Levenspiel, O. 1969. "Fluidization Engineering". John Wiley & Sons, Inc., 1-14.
Lee, S.L.P. dan Lasa, H.I. 1959. "Phase Holdups in Three Phase Fluidized Beds". AIChE Journal, 33, 1359-1370
Leva, M. 1959. "Fluidization". McGraw-Hill Book Company, Inc.
Machmudah, Wahyudiono. 1998. "Hidrodinamika kolom unggun fluidisasi padat-cair". Skripsi, Teknik-Kimia-ITS.
Miura, H. dan Kawase, Y. 1987. "Hydrodynamic Characteristic of Gas-Solid-Liquid Three-Phase Fluidized Beds". Journal of Chemical Engineering of Japan, 171-176.
Muroyama, K. dan Fan, L.S. 1905. "Fundamental of Gas-Liquid-Solid Fluidization". AIChE Journal, 1-31.
Sun, Y., Nozawa, T. dan Furusaki, S. 1998. "Gas Hold up and Volumetric oxygen Transfer Coefficient in a Three-Phase Fluidized Bed Bioreaktor". Journal of Chemical Engineering of Japan, 15-19.
Tang, W.T. dan Fan, L.S. 1999. "Hydrodynamics of Three-Phase Fluidized Bed Containing Low-Density Particles". AIChE Journal, 355-364.
Molerus, O. 1993. "Principles of flow in disperse systems". Chapman & Hall, London, 1-43.